RECHERCHE THÉORIQUE DES CONDITIONS DE RENTABILITÉ MAXIMUM DE L'ÉPREUVE DE DESCENDANCE DES TAUREAUX D'INSÉMINATION ARTIFICIELLE

M. POUTOUS, B. VISSAC,

avec la collaboration technique de MM. CALOMITI et CHAMBEYRON

*Station centrale de Génétique animale,
Centre national de Recherches zootechniques, Jouy-en-Josas (Seine-et-Oise)*

SOMMAIRE

Le testage des taureaux d'insémination est envisagé comme une opération financière engagée par la collectivité des éleveurs adhérents au centre d'insémination.

La rentabilité de cette opération est exprimée analytiquement en fonction de paramètres d'ordre économique et génétique et de variables qui caractérisent les conditions de choix des taureaux : effectif des lots de testage, intensité d'élimination des taureaux.

Une recherche des valeurs de ces variables correspondant à la rentabilité maximum permet enfin de fixer les conditions optima de réalisation des opérations de testage effectuées par les centres d'insémination.

I. — INTÉRÊT DE CETTE RECHERCHE

L'utilisation intensive, par les centres d'insémination artificielle, de reproducteurs mâles dont la valeur génétique est mal connue, présente des dangers qu'il n'est plus besoin de démontrer. Or, pour la plupart des caractères économiques majeurs (production du lait, croissance des jeunes) dont le coefficient d'hérédité est faible, le potentiel génétique des reproducteurs ne peut être estimé avec précision que d'après les performances d'un échantillon suffisant et aléatoire de leurs descendants. Cette situation justifie l'obligation que la législation française fait aux centres d'insémination artificielle, de n'utiliser à l'avenir que des taureaux choisis après contrôle de leurs descendants (progeny-test ou testage).

L'amélioration moyenne que l'on peut attendre de cette méthode de sélection

varie suivant ses conditions de réalisation. En fait, les besoins annuels du centre en reproducteurs sont à peu près constants, pour un effectif d'inséminations donné. Dans cette hypothèse, le centre doit choisir :

1. — Le volume des inséminations de testage par rapport à la totalité des inséminations : plus cette fraction sera grande, plus la sélection sera précise et intense, mais plus le nombre d'animaux qui pourront en bénéficier sera réduit.

2. — La répartition de ces inséminations pour un volume donné. On peut en pratique :

— soit mettre en testage un effectif limité de taureaux, contrôlés chacun sur un grand nombre de produits ; la sélection sera précise, mais peu intense ;

— soit comparer un grand nombre de géniteurs sur un échantillon réduit de descendants ; l'intensité de la sélection sera accrue, mais sa précision faible.

A. ROBERTSON (1957), en se limitant à cette deuxième situation, a montré qu'il existe une valeur particulière de l'effectif des descendants par taureau, et de l'intensité de sélection de ces derniers, qui, pour un caractère donné, correspond au progrès génétique maximum. Cette valeur est notamment fonction de l'héritabilité du caractère et du nombre de descendants que peut contrôler le centre.

Or, si pour le généticien le testage, comme toute méthode de sélection, est destiné à améliorer le potentiel génétique de la population, il constitue avant tout, pour le centre d'insémination, une opération financière qui comporte à la fois des recettes liées à l'amélioration génétique des animaux issus des taureaux testés, ainsi que des frais supplémentaires d'entretien des géniteurs et de contrôle d'aptitudes des descendants. A la limite, le testage des taureaux utilisés en croisement industriel peut très bien n'avoir aucune incidence génétique, ni sur la race des taureaux, ni évidemment sur le cheptel femelle de la zone d'action du centre, tous les produits étant éliminés de la reproduction. Cette position économique est d'autant plus fondamentale à considérer que les frais engendrés par les opérations de testage sont importants, et que les centres hésitent pour cette raison à les engager. Ce point de vue nous a conduit à rechercher les conditions qui correspondent non au progrès génétique le plus élevé (A. ROBERTSON, 1957), mais plutôt à la meilleure rentabilité économique.

II. — POSITION DU PROBLÈME

I. GÉNÉRALITÉS

Nous considérons que l'ensemble des adhérents du centre d'insémination forme une unité économique du point de vue du service commun que constitue l'utilisation et la sélection des taureaux.

Les entrées d'argent (E) proviennent de la vente des animaux et de leurs produits ainsi que des augmentations de valeur d'inventaire du cheptel.

Les sorties d'argent (S) concernent :

— d'une part les frais de production (alimentation, logement, soins et commercialisation des animaux), et les diminutions d'inventaire ;

— d'autre part, les frais de reproduction, c'est-à-dire le coût de fonctionnement du centre d'insémination.

Au moment de la décision de mise en testage de jeunes reproducteurs, les adhérents du centre sont placés devant un choix économique :

— soit utiliser des taureaux non testés et obtenir, pour un coût normal de fonctionnement, du sperme de taureaux répondant aux normes zootechniques réglementaires ;

— soit pratiquer le testage : la valeur génétique des taureaux et les recettes des exploitations seront plus élevées, mais les frais de production et de reproduction (fonctionnement du centre) seront aussi accrus.

2. EXPRESSION DE LA RENTABILITÉ

Soient :

E_s , S_s les entrées et sorties d'argent de l'unité économique sans testage ;

E_T , S_T les entrées et sorties d'argent de l'unité avec testage.

La rentabilité du testage s'évalue par comparaison du bilan économique ($E_T - E_s$) — ($S_T - S_s$) (entrées et sorties d'argent), suivant que le centre se trouve dans l'une ou l'autre de ces 2 situations.

GRAPHIQUE 1. — Répartition chronologique des frais de reproduction des taureaux d'insémination et des recettes procurées par leurs descendants

Les gains dus au testage ($E_T - E_s$) représentent le supplément de recettes des exploitations.

Par frais de testage ($S_T - S_s$), nous entendons les frais supplémentaires de fonctionnement du centre (frais collectifs), laissant de côté l'excédent de frais individuels de chaque exploitation, pour l'alimentation du cheptel par exemple.

Ce bilan économique est à envisager sur toute la période d'utilisation des taureaux au centre d'insémination, et de production de leurs descendants dans les élevages. On doit en particulier tenir compte du fait que les frais de fonctionnement du centre pratiquant le testage sont rentabilisés chez les éleveurs plus tard que ceux correspondant à l'emploi de mâles non testés. Pour tenir compte de cette différence (graphique 1), on supposera que les frais de reproduction (fonctionnement du centre) sont amortis l'année moyenne de production des descendants de 1^{re} génération.

Soient :

$G = E_T - E_s$ les gains dus au testage dans chaque exploitation ;

$F = S_T - S_s$ les frais supplémentaires qu'il occasionne.

Nous exprimerons la rentabilité du testage des taureaux, soit par le taux d'intérêt (B) du capital supplémentaire investi (F) $B = \frac{G - F}{F}$ (1)

soit par le revenu brut $B' = G/F$ (2)

Ces 2 expressions sont d'ailleurs liées par la relation $B = B' - 1$. Nous les utiliserons indistinctement, suivant la commodité de leur emploi.

3. LES COMPOSANTES GÉNÉRALES DE LA RENTABILITÉ DU TESTAGE

La fonction économique de rentabilité du testage dépend de composantes dont il importe d'abord de préciser le caractère.

On considérera comme des paramètres, les composantes dont les valeurs moyennes, bien que soumises à des fluctuations aléatoires, ne peuvent être modifiées par le centre dans de larges limites. Elles peuvent donc être considérées comme constantes pour une spéculation, une population animale et des conditions économiques déterminées.

Au contraire, les variables constituent les composantes dont la valeur moyenne, tout en étant sujette à des fluctuations aléatoires, peut être largement modifiée par les responsables du centre. Elles peuvent, seules, donner lieu à une planification raisonnée, avec recherche des valeurs optima pour des valeurs données des paramètres.

Pour simplifier cette étude, nous considérerons les valeurs moyennes des paramètres, et nous assimilerons les variables à des grandeurs algébriques. Une recherche complète et rigoureuse devrait en fait envisager ces composantes comme des variables aléatoires.

III. — RECHERCHE DES COMPOSANTES ANALYTIQUES DE LA RENTABILITÉ

La rentabilité du testage s'exprime analytiquement en comparant la situation d'un centre suivant qu'il pratique ou non le testage. Nous envisagerons successivement :

l'expression : des effectifs des mâles ;

des gains liés au testage ($G = E_T - E_s$) ;

des frais liés au testage ($F = S_T - S_s$).

I. EXPRESSION DES EFFECTIFS DES MÂLES

Les effectifs de mâles à introduire annuellement au centre dans l'une ou l'autre des 2 situations envisagées dépendent du nombre d'inséminations annuelles du centre. (Nous supposons que les conditions technologiques d'utilisation du sperme restent stables.) Dans le cas du testage, on doit également calculer l'effectif des mâles à retenir et à éliminer après testage.

Nous adopterons les indices suivants pour désigner les paramètres se rapportant aux mâles d'une catégorie donnée :

- 0 pour les mâles utilisés sans testage;
- 1 pour les mâles mis en testage;
- 2 pour les mâles éliminés pendant et à la fin des opérations de testage;
- 3 pour les mâles retenus après testage.

Soient :

- T_j l'effectif des mâles de la catégorie j ;
 t_j le nombre d'inséminations fournies en moyenne par un mâle de la catégorie j pendant son séjour au centre ;
 I le nombre d'inséminations du centre par année ;
 n l'effectif des descendants par lot de testage ;
 r le nombre d'inséminations de testage nécessaires pour obtenir un descendant contrôlé ;
 s le pourcentage de mâles présents à la fin du testage, par rapport au nombre de mâles mis en testage (ce pourcentage dépend de l'élimination accidentelle en cours de testage) ;
 q le pourcentage de mâles retenus par rapport au nombre de mâles présents à la fin du testage ;

Les effectifs annuels des taureaux des diverses catégories se déduisent des relations suivantes :

$I = T_0 t_0$ (hypothèse sans testage) ;

$I = T_1 nr + T_3 t_3$ (hypothèse avec testage) ;

$T_3 = sq T_1$;

$T_2 = T_1 - T_3$.

Les valeurs des effectifs ressortent alors à :

$$T_0 = \frac{I}{t_0} \quad (3)$$

$$T_1 = \frac{T_0 t_0}{nr + t_3 q} \quad (4)$$

$$T_2 = \frac{T_0 t_0 (1 - sq)}{nr + t_3 q} \quad (5)$$

$$T_3 = \frac{T_0 t_0 sq}{nr + t_3 q} \quad (6)$$

2. EXPRESSION DES GAINS DUS AU TESTAGE

Les gains dus au testage concernent :

1^o) Le supplément de production au cours de la vie des produits des mâles testés ;

2^o) La supériorité génétique que vont transmettre ces produits à leurs descendants au cours des générations ultérieures.

Ce phénomène peut se traduire économiquement par un accroissement de

valeur d'inventaire des descendants de 1^{re} génération ; il est également à mettre à l'actif du testage. Nous avons représenté graphiquement la répartition dans le temps des gains dus au testage dans la population (graphique 2).

GRAPHIQUE 2. — Répartition chronologique des suppléments de frais et de recettes dus au testage

$g_2...g_i$ représentent le supplément de production ($g'_2...g'_i$) des descendants de 2^e...i^{ème} génération, supplément actualisé financièrement à la génération 1. $\sum_{i=2} g_i$ correspond donc au supplément de valeur d'inventaire des animaux de 1^{re} génération.

2.1. Gains dus à une production supérieure des descendants

Les gains réalisés par les descendants de 1^{re} génération sont proportionnels pour chaque catégorie de mâles :

- à la production moyenne par performance des descendants ;
- au nombre moyen de performances exprimées ;
- à l'effectif des descendants par mâle ;
- au bénéfice réalisé par unité de production.

Soient :

μ_j la production moyenne par performance des descendants des mâles de la catégorie j ;

m_j le nombre moyen de performances des descendants de mâles de la catégorie j ;

N_j l'effectif total des descendants de mâles de la catégorie j ;

c_j le nombre de descendants exprimant au moins une production pour 100 inseminations ;

E le bénéfice moyen par unité de production ;

g_1 les gains dus au testage par suite d'une production supérieure de la 1^{re} génération.

Les gains dus au testage se calculent par différence entre la somme des gains des descendants de tous les mâles mis en testage, et de ceux retenus après testage, par rapport aux gains des descendants s'ils provenaient de mâles non testés.

Donc :

$$g_1 = \mu_1 m_1 N_1 E_1 + \mu_3 m_3 N_3 E_3 - \mu_0 m_0 N_0 E_0 \quad (7)$$

avec :

$$N_1 = T_1 n r c_1 \quad (8)$$

$$N_3 = T_3 t_3 c_3 \quad (9)$$

$$N_0 = T_0 t_0 c_0 \quad (10)$$

1. Nombre de descendants par mâles.

Nous admettons, d'une façon générale, que la sélection naturelle ou artificielle sur les spermatozoïdes ou les zygotes jusqu'à expression de la production considérée, est indépendante de la valeur génétique du mâle. Cela revient à dire que le nombre de descendants d'un taureau qui entrent en production n'est pas lié à sa valeur pour cette production. Cette hypothèse implique en particulier :

— l'utilisation non sélective des taureaux d'insémination ; il apparaît en pratique que les centres effectuant le testage, utilisent également tous les taureaux retenus après sélection ;

— l'absence de relation entre la fécondité du mâle et les productions zootechniques de ses descendants ;

— l'indépendance entre le taux de sélection des jeunes, et la valeur du taureau.

Sous ces hypothèses, on peut écrire : $c_j = \text{Cte}$.

2. Nombre de performances.

Nous supposons que la sélection naturelle et artificielle sur les animaux en cours de production est indépendante de la valeur génétique du taureau : si les animaux peuvent effectuer plusieurs cycles de production, le nombre moyen de performances des descendants de chaque taureau n'est donc pas lié à sa valeur pour la production considérée ($m_j = \text{Cte}$).

La sélection naturelle, si elle jouait contre les hauts potentiels génétiques, diminuerait l'intérêt du testage. On peut remarquer que dans le testage en ferme, cette cause de sélection peut intervenir et modifier en partie le classement des mâles. Nous admettons néanmoins que cette influence est négligeable.

La sélection artificielle est limitée pour les espèces à faible fécondité et intervalle de génération élevé, comme c'est le cas pour les bovins. Bien que ROBERTSON (1962) ait établi son existence dans le cas du testage laitier (relation positive entre la valeur génétique du taureau et le pourcentage de ses filles atteignant leur 5^e lactation), nous admettons également, dans une première approximation, que son incidence est négligeable.

3. Moyenne des performances.

Les critères officiels de choix des reproducteurs à utiliser par les centres français, avec ou sans testage, sont sensiblement les mêmes pour les centres de zone II et zone III. Les centres de zone I ne doivent, en principe, utiliser que des mâles

testés ⁽¹⁾. On peut donc supposer que les mâles mis en testage et ceux qu'utiliserait le centre s'il ne pratiquait pas le testage, ont été choisis par des méthodes peu précises dans des populations de même moyenne.

D'après cette hypothèse, la production moyenne des descendants de mâles non testés est équivalente à celle des descendants des mâles mis en testage :

$$\begin{aligned}\mu_0 &= \mu_1 = \text{Cte} \\ \mu_3 - \mu_0 &= \mu_3 - \mu_1 = \text{Cte}.\end{aligned}$$

4. *Bénéfice unitaire.*

Le bénéfice moyen par unité de production supplémentaire réalisée sera supposé constant et identique pour toutes les catégories de descendants. Cette hypothèse est admissible étant donné le faible supplément de production dû au testage.

Les variations du prix de vente, donc en partie du bénéfice, sont en fait surtout liées à des variations aléatoires du marché ($E_f = \text{Cte}$).

Moyennant toutes ces conditions, nous pouvons poser :

$$\times \mu_3 - \mu_0 = \mu_3 - \mu_1 = \mu_3 - \mu,$$

différence génétique probable entre la production moyenne des descendants des mâles retenus et celle des descendants des mâles mis en testage.

$\times m_j = m$, nombre moyen de performances par descendant.

$\times c_j = c$, nombre de descendants entrant en production pour 100 inséminations.

$E_f = E$, bénéfice unitaire moyen par unité de production.

L'expression des gains dus à une meilleure production des descendants de 1^{re} génération (7) devient donc :

$$g_1 = (\mu_3 - \mu) mc'T_3t_3E. \quad (11)$$

$(\mu_3 - \mu)$ peut être exprimé en fonction du pourcentage de mâles conservés q , de l'effectif moyen par lot de testage n , de l'héritabilité de la production h^2 et de l'écart-type génétique σ_g entre les mâles mis en testage.

On a, en effet :

$$\mu_3 - \mu = \bar{i}\sigma gb \quad (12)$$

$\bar{i} = f(q)$ est la sélection différentielle exprimée en unités d'écart-type du caractère (supériorité moyenne des descendants des mâles retenus après testage par rapport aux descendants des mâles mis en testage).

⁽¹⁾ La réglementation officielle française du choix des taureaux utilisés pour l'insémination prévoit, pour la plupart des races, la répartition de leur aire d'expansion en 3 zones :

- Zone I, correspondant au berceau de la race, où le testage préalable des taureaux est obligatoire;
- Zone II, où l'élevage est évolué;
- Zone III, où l'élevage est peu évolué.

Les critères de choix utilisés dans chaque zone pour les mâles à mettre en testage (Zone I), ou à employer sans testage (Zones II et III) concernent l'aspect extérieur du reproducteur (races à viande) ou la production de ses ascendants (races laitières).

$\bar{i}\sigma_g$ est la sélection différentielle exprimée en unités de production.

Dans l'hypothèse d'une sélection tronquée et d'une distribution de fréquence des valeurs génotypiques des taureaux répondant à la loi de LAPLACE-GAUSS (graphique 3), on sait que : $\bar{i} = \frac{z}{q}$ (13)

GRAPHIQUE 3. — Expression analytique de la sélection différentielle ($\bar{i}$)

$$q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-x^2/2} dx$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

$$\bar{i} = \frac{z}{q}$$

z est la valeur de la loi normale réduite au point d'abscisse X défini par la surface q .

$$z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = q$$

b est le coefficient de corrélation entre la production de n descendants des mâles mis en testage et la valeur génétique réelle des descendants de ces mâles. Il caractérise donc la précision du choix des mâles. On a :

$$b = \sqrt{\frac{0,25nh^2}{1 + (n-1)0,25h^2}} \quad (14) \quad \text{ROBERTSON (1)}$$

σ_g s'exprime également en fonction de h^2 par la relation $\sigma_g = h\sigma$ σ étant l'écart-type du caractère dans la population.

La supériorité des mâles retenus après testage par rapport aux mâles mis en testage (12) est donc le produit de 3 facteurs :

- le taux de sélection des taureaux après testage ;
- la variabilité génétique de la population ;
- la précision d'estimation de la valeur du mâle d'après les performances de ses descendants.

Les gains dus à une meilleure production de la 1^{re} génération de descendants des mâles testés s'expriment donc, en remplaçant $\mu_3 - \mu$ dans (11), par sa valeur, d'après les relations (12), (13) et (14).

$$g_1 = E m c t_3 \sigma \frac{z}{q} h \sqrt{\frac{0,25nh^2}{1 + (n-1)0,25h^2}} T_3. \quad (15)$$

2.2. Gains dus à une augmentation de la valeur d'inventaire

L'évaluation de la supériorité génétique que les descendants de 1^{re} génération vont transmettre à leurs produits au cours des générations ultérieures — supériorité que nous traduisons par un supplément de valeur d'inventaire des descendants de 1^{re} génération — est délicate à exprimer.

Nous supposons qu'elle correspond au supplément de production que l'on peut théoriquement escompter des descendants en l'absence de toute sélection naturelle ou artificielle sur les femelles ou sur les mâles, c'est-à-dire dans l'hypothèse où la valeur génétique moyenne des gamètes utiles d'une génération d'animaux est égale à la valeur génétique moyenne de tous les gamètes produits par la génération précédente. Ceci exclut notamment le cas où les taureaux d'une génération seraient choisis d'après les résultats de testage de leur père, cas évidemment courant après plusieurs générations de testage. Moyennant cette restriction, et en nous plaçant dans l'hypothèse d'additivité des gènes agissant sur la production, la supériorité génétique des individus de la génération i due au testage est, en moyenne, égale à la moitié de la supériorité génétique de ceux de la génération $i - 1$.

Pour transformer ces gains supplémentaires de production au cours des générations successives en supplément de valeur à un instant donné (époque de production des descendants de la génération 1), il convient de les actualiser financièrement à cette époque. Nous les avons donc considérés, dans notre calcul, après déduction des intérêts du capital qu'ils représentent entre l'époque d'actualisation (1^{re} génération), et l'époque de production ($n^{\text{ième}}$ génération) (graphique 2).

Soient :

- $P_2 \dots P_i$ le nombre de descendants de la 2^e... $i^{\text{ième}}$ génération, par produit de la génération précédente.
- $g'_2 \dots g'_i$ le supplément de valeur génétique des produits de 2^e... $i^{\text{ième}}$ génération issus d'un descendant direct de taureau retenu après testage.
- $g_2 \dots g_i$ l'augmentation de valeur d'inventaire d'un produit de taureau retenu après testage (1^{re} génération), due à un supplément de production des descendants de 2^e... $i^{\text{ième}}$ génération ; g_i correspond à la valeur de g'_i actualisée financièrement à l'époque moyenne de production de la 1^{re} génération.

On peut écrire, dans le cas de la 2^e génération :

$$\begin{aligned} g'_2 &= \left(\frac{1}{2}\right) P_2 g_1 \\ g_2 &= g'_2 (1 - \beta g) \end{aligned} \quad (16)$$

où β est le taux d'intérêt du capital ;

g l'intervalle de génération.

Pour la génération i :

$$\begin{aligned} g'_i &= \left(\frac{1}{2}\right) P_i g'_{i-1} \\ g_i &= g'_i [1 - \beta g(i - 1)]. \end{aligned} \quad (17)$$

Ces deux formules de récurrence nous permettent d'exprimer g_i en fonction de g_1 , supplément de production des descendants directs des taureaux retenus après testage.

$$g_i = g_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1} (P_2 \times \dots \times P_i) [1 - \beta g(i-1)]. \quad (18)$$

le supplément global de valeur d'inventaire des descendants de 1^{re} génération peut alors s'exprimer en fonction de leur supplément de production :

$$\sum_{i=2} g_i = g_1 \sum_{i=2} (P_2 \times \dots \times P_i) \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1} [1 - \beta g(i-1)]. \quad (19)$$

En pratique, il est inutile de dépasser les 2^e et 3^e générations, car les hypothèses faites sur la stabilité des conditions techniques et économiques, risqueraient de se trouver en défaut. L'expression $1 - \beta g(i-1)$ peut, par ailleurs, devenir négative quand i augmente ; on ferait ainsi apparaître une diminution de valeur d'inventaire.

Nous considérerons donc :

$$1 - \beta g(i-1) \geq 0 \text{ quel que soit } i$$

On remarque, par ailleurs, qu'en posant $P_1 = 1$, il est possible d'exprimer dans une seule formule l'ensemble des gains dus au testage :

- supplément de production des produits de 1^{re} génération ;
- supplément de valeur d'inventaire.

$$\begin{aligned} G &= g_1 \sum_{i=1} (P_1 \times \dots \times P_i) \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1} [1 - \beta g(i-1)] \\ &= g_1 k \\ \text{avec: } k &= \sum_{i=1} (P_1 \times \dots \times P_i) \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1} [1 - \beta g(i-1)], \end{aligned} \quad (20)$$

k étant un coefficient fonction des conditions économiques et de l'évolution de la population.

En remplaçant g_1 par sa valeur (15) dans (20), on obtient :

$$G = E k m c \sigma t_3 \frac{z}{q} h \sqrt{\frac{0,25 n h^2}{1 + (n-1) 0,25 h^2}} \frac{T_0 t_0 q}{n r + t_3 q}. \quad (21)$$

3. EXPRESSION DES FRAIS DE TESTAGE

Les frais supplémentaires d'un centre qui pratique le testage se répartissent en 2 groupes :

- frais liés aux reproducteurs ;
- frais de contrôle des descendants.

Dans chaque cas, ces frais comportent le capital engagé et son intérêt jusqu'à la date de réalisation des gains supplémentaires. Nous avons supposé que cette date correspondait à la période moyenne de production des descendants de 1^{re} génération (graphique 2).

3.1. Calcul des frais liés aux reproducteurs

Ces frais comprennent :

- a) Les frais d'amortissement des animaux qui sont proportionnels à l'effectif des mâles ;
- b) Les frais d'entretien : frais d'alimentation, de logement, de main-d'œuvre, et une partie des frais généraux du centre. Ils sont proportionnels à l'effectif des mâles et à la durée de leur séjour au centre ;
- c) Les frais de collecte et d'utilisation du sperme. Le coût des inséminations d'essai n'entre pas dans ces frais qui sont proportionnels au nombre d'inséminations du centre.

Soient :

F' les frais totaux de testage liés aux mâles ;

F_j les frais moyens par mâle de la catégorie j .

On peut écrire :

$$F' = F_2 T_2 + F_3 T_3 - F_0 T_0. \quad (22)$$

3.2. Calcul des frais de contrôle des descendants

Ces frais sont imputables en totalité au testage. Ils proviennent des diverses primes aux éleveurs, des frais de contrôle proprement dits, et enfin des frais de calcul et d'interprétation. Nous considérerons également dans cette catégorie, le coût des inséminations de testage.

Nous admettons que les descendants de tous les mâles mis en testage sont contrôlés, les frais de contrôle sont donc proportionnels au nombre de mâles mis en testage et à l'effectif par lot de testage.

Soient :

l le prix de revient du contrôle d'un descendant ;

F'' les frais de testage dus au contrôle des descendants, on a :

$$F'' = T_1 nl \quad (23)$$

Les frais globaux du testage s'expriment, d'après (22) et (23), et en remplaçant T_2 et T_3 par leur valeur d'après la relation (24) :

$$F = F' + F'' = \frac{T_0 t_0 [sq(F_3 - F_2) + F_2 + nl]}{nr + st_3 q} - F_0 T_0. \quad (24)$$

IV. — RECHERCHE DES CONDITIONS OPTIMA DU TESTAGE

I. EXPRESSION MATHÉMATIQUE DE LA RENTABILITÉ

La fonction de rentabilité s'exprime en remplaçant F et G par leurs valeurs (24) et (21) dans B' (2) :

$$B' = Ekmc\sigma st_3 \frac{zh \sqrt{\frac{0,25nh^2}{1 + (n-1)0,25h^2}}}{qst_3 \left[\frac{F_3}{t_3} - \frac{F_2}{t_3} - \frac{F_0}{t_0} \right] + n \left[l - F_0 \frac{r}{t_0} \right] + F_2}. \quad (25)$$

Parmi les composantes de cette fonction, nous considérerons comme variables :

- q le pourcentage de mâles conservés ;
- n l'effectif des lots de testage.

Ces 2 variables ont une signification génétique et économique intéressante :

q influence d'une part les gains liés au testage, en fixant l'intensité de choix des taureaux, d'autre part, les frais de testage principalement les frais liés aux mâles.

n agit sur les gains en modifiant la précision du choix, mais aussi sur les frais de contrôle d'aptitude.

2. SIGNIFICATION ET INFLUENCE DES PARAMÈTRES

Les paramètres dont dépend la fonction B' sont de nature variée, puisqu'ils caractérisent l'action de facteurs génétiques, techniques ou économiques sur lesquels les possibilités d'action du centre sont très diverses.

— E , le bénéfice unitaire, dont les variations peuvent être importantes, dépend surtout des actions individuelles des éleveurs et ne peut être modifié par le centre.

$$-k = \sum_{i=1} (P_1 \times \dots \times P_i) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1} [1 - \beta g(i-1)].$$

Ce coefficient peut être théoriquement accru :

1^o) par une diminution de l'intervalle de génération ;

2^o) par un accroissement du nombre de descendants (P_i) par femelle : ce qui se produirait par un accroissement de taille de la population. L'action du centre sur ce paramètre semble limitée.

— m , nombre moyen de performances, dépend surtout des conditions d'élevage dans chaque ferme, ce qui justifie la collaboration du centre aux efforts de vulgarisation.

— c , le nombre des descendants entrant en production pour 100 inséminations est fonction des conditions de gestion du centre, mais aussi des méthodes d'élevage de la zone.

— st_3 , le pourcentage des mâles mis en testage présents au centre à la fin de cette opération, et le nombre d'inséminations par mâle testé varient d'une spéculation à l'autre, suivant la durée du testage. Ces paramètres peuvent être modifiés largement semble-t-il par le centre :

par une meilleure connaissance des conditions d'alimentation et d'élevage des jeunes reproducteurs ;

par l'utilisation des méthodes nouvelles de conservation du sperme. Cette possibilité n'a, en fait, pas été envisagée dans notre étude.

— σ_g et h^2 sont liés par la relation théorique $h^2 = \frac{\sigma_g^2}{\sigma_g^2 + \sigma_e^2}$ où σ_e^2 est la variance du caractère due à des influences non génétiques. Les variations de σ_g^2 peuvent être notables d'une population à une autre.

Le choix non aléatoire des taureaux à mettre en testage risque, en outre, pour

du des caractère à h^2 élevée, de réduire la variance génétique entre taureaux (σ_l^2), dont dépend σ_g^2 ($\sigma_g^2 = 4 \sigma_l^2$). (J. POLY, B. VISSAC, 1959). Les gains dus au testage seraient ainsi diminués.

Enfin, la correction statistique des causes non génétiques de variation en diminuant σ_g^2 , augmente en fait l'héritabilité et la précision du testage, donc aussi sa rentabilité.

— $st_3 \left[\frac{F_3}{t_3} - \frac{F_3}{t_3} - \frac{F_0}{t_0} \right]$ est un paramètre complexe produit de 3 termes :

— la fraction des mâles mis en testage présents à la fin de l'opération (s) ;
 — le nombre d'inséminations réalisables avec un taureau testé (t_3) ;
 — la différence entre le coût de l'insémination d'un taureau conservé après testage (F_3/t_3) — déduction faite des frais d'entretien et d'amortissement des taureaux éliminés, par insémination d'un taureau conservé (F_2/t_3) — et le coût de l'insémination d'un taureau non testé (F_0/t_0).

— $l - F_0 \frac{r}{t_0}$ représente les frais de contrôle d'aptitude des descendants, frais d'insémination non compris ; ils varient essentiellement suivant la méthode de contrôle employée.

— F_2 est le prix de revient d'un mâle éliminé en cours de testage, ou après testage ; ce prix peut, en pratique, varier dans de larges limites suivant le coût de la main-d'œuvre et du rationnement.

Afin de simplifier l'expression analytique de la rentabilité B' , nous poserons pour la suite de cette étude :

$$\gamma = \frac{1}{0,25h^2} - 1 \quad (26)$$

$$F_4 = st_3 \left[\frac{F_3}{t_3} - \frac{F_2}{t_3} - \frac{F_0}{t_0} \right] \quad (27)$$

$$L = l - F_0 \frac{r}{t_0} \quad (28)$$

$$R = Emckost_3h. \quad (29)$$

L'expression analytique de la rentabilité devient alors :

$$B' = \frac{Rz \sqrt{\frac{n}{n+\gamma}}}{qF_4 + nL + F_2}. \quad (30)$$

Nous retiendrons, pour la réalisation des calculs ultérieurs, les limites suivantes de variation des paramètres :

$$F_2 > 0 \quad L > 0 \quad R > 0.$$

3. RECHERCHE DES VALEURS OPTIMA DES VARIABLES

3. 1. Hypothèse préalable

Nous supposons, pour ce calcul, qu'il n'existe pas de relations fonctionnelles entre n (effectif des lots), et q (pourcentage de mâles conservés) qui seront considérés, de ce fait, comme des variables algébriques indépendantes.

Dans une autre publication, nous nous placerons dans l'hypothèse plus réaliste où n et q sont simultanément limités par les possibilités du centre.

3. 2. Calcul des valeurs optima

Dans ces conditions, les valeurs théoriques optima de n et q sont celles pour lesquelles la fonction de rentabilité B' est maximum. Ces valeurs n' et q' sont les racines des équations $\frac{\partial B'}{\partial n} = 0$ $\frac{\partial B'}{\partial q} = 0$ ($n' > 0$) ($q' > 0$)

Le calcul permet d'établir :

$$\frac{\partial B'}{\partial n} = R \frac{z \sqrt{\frac{n}{n+\gamma}}}{(qF_4 + nL + F_2)^2} [-2n^2L - \gamma Ln + \gamma(qF_4 + F_2)]. \quad (31)$$

La seule valeur n' de n ($n' > 0$) pour laquelle cette dérivée s'annule est la racine positive de l'équation du 2^e degré en n :

$$-2n^2L - \gamma Ln + \gamma(qF_4 + F_2) = 0. \quad (23)$$

Cette équation admet en effet 2 racines, de signes contraires dans le cas où $qF_4/L + F_2/L \geq 0$ à fortiori si $F_4/L + F_2/L \geq 0$. Cette inégalité est vérifiée dans les limites pratiques de variation de qF_4 et F_2 . On obtient par le calcul :

$$n' = \frac{\gamma}{4} \left[\sqrt{1 + \frac{8}{\gamma} \left(q \frac{F_4}{L} + \frac{F_2}{L} \right)} - 1 \right]. \quad (33)$$

Sachant que $dz/dq = x$, on peut écrire de la même façon :

$$\frac{\partial B'}{\partial q} = \frac{R \sqrt{\frac{n}{n+\gamma}}}{(qF_4 + nL + F_2)^2} [xqF_4 + xnL + xF_2 - zF_4]. \quad (34)$$

GRAPHIQUE 4. — Représentation graphique des variations de $z/x - q$ en fonction de q

La valeur q' de q ($0 < q' < 1$), si elle existe, est racine de l'équation :

$$xqF_4 + xnL + xF_2 - zE_4 = 0 \quad (35)$$

qui peut encore s'écrire :

$$\frac{z}{x} - q = \frac{F_2/L + n}{F_4/L} \quad (36)$$

La fonction de q du 1^{er} membre est monotone, croissante et varie dans l'intervalle $[(- \infty, - 1), (0 + \infty)]$. Elle n'admet donc qu'un seul point d'intersection avec une parallèle à l'axe des q' comprise dans l'intervalle. (Graphique 4.)

On en déduit que l'équation ci-dessus possède une solution unique, si :

$$\frac{F_2/L + n}{F_4/L} \leq - 1$$

ou

$$\frac{F_2/L + n}{F_4/L} \geq 0$$

ou à fortiori si :

$$F_2/L + F_4/L \geq 0$$

La valeur q' de q correspondant à cette solution peut alors être calculée par approximations successives.

3. 3. Signification et variation des valeurs optima

Le système d'équations ainsi obtenu :

$$n' = \frac{\gamma}{4} \left[\sqrt{1 + \frac{8}{\gamma} \left(q \frac{F_4}{L} + \frac{F_2}{L} \right)} - 1 \right] \quad (33)$$

$$\frac{z}{x} - q = \frac{F_2/L + n}{F_4/L} \quad (36)$$

permet d'établir :

- 1^o) les valeurs optima n' de n , q étant supposé constant (33) ;
- 2^o) les valeurs optima q' de q , n étant supposé constant (36) ;
- 3^o) les valeurs conjointes optima N et Q de n et q (système d'équations 33 et 36).

On remarque que ces solutions optima ne dépendent que de 3 paramètres :

- un paramètre génétique γ ;
- deux paramètres économiques :

F_2/L rapport des frais unitaires d'entretien des taureaux pendant le testage, aux frais unitaires de contrôle d'aptitude des descendants ;

F_4/L paramètre complexe fonction du coût des inséminations, du taux d'élimination accidentelle, du nombre d'inséminations par taureau testé et des frais unitaires de contrôle.

1^{er} cas.

Effectif optimum par lot pour un taux de conservation donné (n') :

L'effectif optimum par lot varie notamment avec :

— γ : il est d'autant plus élevé que γ est grand, donc que l'héritabilité est faible ;

— F_2/L : plus les frais unitaires de contrôle sont élevés, par rapport aux frais unitaires liés aux mâles, plus l'effectif des lots sera réduit ;

— F_4/L : F_4 étant en général négatif, plus le taux de survie des taureaux pendant le testage (s), et la capacité d'utilisation des taureaux testés (t_3) sont élevés par rapport aux frais unitaires de contrôle (L), plus on a intérêt à avoir des lots importants (n') ; enfin plus on conserve de mâles (q élevé) et plus les lots de testage doivent être réduits.

2^e cas.

Pourcentage optimum de mâles conservés pour un effectif donné (q').

Le taux de conservation est lié à :

— n' : avec F_4 négatif, q' varie en sens inverse de n , comme n' par rapport à q .

— F_2/L : plus les frais unitaires d'entretien des taureaux sont élevés par rapport aux frais unitaires de contrôle, plus le taux optimum de conservation après testage est grand ;

— F_4/L : le taux optimum de conservation des mâles varie dans le même sens que le taux d'élimination accidentelle en cours de testage ($1 - s$), mais en sens contraire par rapport à la capacité d'utilisation des taureaux testés (t_3).

Le sens des variations de q' en fonction de ces paramètres ressort de l'étude des variations de $z/x - q$ en fonction de q (graphique 4), sachant que F est négatif.

3^e cas.

Valeurs optima de l'effectif et du taux de conservation (N et Q).

Le système d'équations (33) et (36) admet une solution unique (N , Q), au moins si l'on a :

$F_2/L + F_4/L \geq 0$ d'après les conditions d'existence de n et q optima.

Les valeurs optima dépendent de g , de F_2/L et de F_4/L .

Nous avons représenté graphiquement les variations de Q et N , en fonction de F_2/L et F_4/L , pour des variations théoriques de ces 2 paramètres largement supérieures à celles que l'on constate en pratique. Ces calculs ont été effectués successivement pour :

$$h^2 = 0,10$$

$$h^2 = 0,20$$

$$h^2 = 0,30$$

(valeurs courantes de ce critère dans le cas d'un testage réalisé dans les conditions pratiques de l'élevage en ferme) (graphiques 5, 6, 8, 9, et 10). Nous avons également fait apparaître les variations de Q et N , en fonction du rapport F_4/F_2 qui est indépendant des frais unitaires de contrôle d'aptitude (L) (graphiques 7, 8, 9 et 10).

Variations de Q. — L'examen des graphiques 5 et 6 permet de formuler les conclusions suivantes :

— Les variations de Q , en fonction de F_4/L pour diverses valeurs de F_2/L sont représentées par un faisceau de courbes passant par le point ($F_4/L = 0$ $Q = 0,5$).

Pour $F_4/L > 0$, Q est en général compris entre 0,3 et 0,5 et d'autant plus près de 0,5 que les frais liés aux mâles sont élevés par rapport aux frais de contrôle d'aptitude ;

Pour $F_4/L < 0$, comme ce semble être généralement le cas, Q est supérieur à 0,5 et ses variations sont beaucoup plus larges.

GRAPHIQUES 5 et 6. — Variations de Q en fonction de F_4/L pour différentes valeurs de F_2/L et de h^2

— Lorsque les frais d'entretien des mâles (F_2) sont élevés par rapport aux frais de contrôle (L), Q est voisin de 0,5 ; dans le cas contraire, le taux optimum de conservation des mâles peut varier considérablement en fonction de F_4/L .

— Les variations de Q , en fonction de F_4/F_2 pour diverses valeurs de L et pour $h^2 = 0,10$ ou 0,30 sont représentées par l'aire hachurée (graphique 7). Cette variation est négligeable si on la compare à l'écart entre les valeurs limites, correspondant à un bénéfice inférieur de 10 p. 100 à l'optimum (ce point de vue sera développé dans une prochaine publication.) L'influence de l'héritabilité sur le taux de conservation optimum des mâles peut donc être considérée comme faible. Cette conclusion est d'ailleurs confirmée par l'identité remarquable des graphiques 5 ($h^2 = 0,10$)

et 6 ($h^2 = 0,30$). Nous nous sommes d'ailleurs dispensés pour cette raison, de représenter le graphique correspondant à $h^2 = 0,20$.

GRAPHIQUE 7. — Limites extrêmes des variations de Q en fonction de F_4/F_2 pour des valeurs du bénéfice inférieures à 10 p. 100 du maximum

En noir, zone des variations de Q quand L et h^2 varient pour une même valeur de F_4/F_2 ($0,10 < h^2 < 0,30$)

D'une façon générale, les valeurs de Q sont très supérieures à celles trouvées par A. ROBERTSON (1957), pour le taux d'amélioration génétique maximum (Q , de l'ordre de 0,20-0,30).

Il est difficile d'expliquer cette discordance, nos hypothèses de base étant différentes de celles de ROBERTSON :

- volume de la population soumise au testage par rapport à la population totale variable,
- considération des frais de testage.

GRAPHIQUE 8. — Variations de N en fonction de F_4/L pour différentes valeurs de F_2/L . Les traits pointillés correspondent à des valeurs fixes de F_4/F_2

Variations de N . — Les valeurs de N varient considérablement dans la zone considérée. On remarque que :

- N augmente avec F_4/L , cette influence est surtout nette pour $F_4 < 0$.
- Plus les frais de contrôle (L) sont élevés par rapport aux frais d'entretien des mâles (F_2), plus on a intérêt à avoir des lots de faible effectif.

- Les variations de N ne sont pas, comme celles de Q , indépendantes du rapport F_4/F_2 . Elles sont représentées sur les graphiques 8, 9 et 10, pour différentes valeurs de F_4/F_2 , par les traits pointillés.

GRAPHIQUES 9 et 10. — Variations de N en fonction de F_4/L pour différentes valeurs de F_2/L .
Les traits pointillés correspondent à des valeurs fixes de F_4/F_2 .

- Un accroissement de h^2 de 0,10 à 0,30 entraîne une réduction nette de l'effectif optimum dont les variations en fonction de F_2 , F_4 et L sont également beaucoup plus limitées.

Ces résultats sont conformes, dans l'ensemble, à ceux obtenus par ROBERTSON, notamment en ce qui concerne :

- les ordres de grandeur des valeurs de N ;
- l'incidence de h^2 sur l'effectif optimum.

RÉSUMÉ ET CONCLUSION

Une recherche théorique de plans de sélection optima comporte toujours une part d'arbitraire en raison du grand nombre d'hypothèses que l'on doit formuler sur la structure des populations et la variabilité des caractères. Notre étude échappe d'autant moins à cette critique qu'elle fait, en outre, entrer en jeu des hypothèses d'ordre économique.

Cette approche réaliste du problème est en fait fondamentale à considérer dans le cas du testage des bovins, étant donné, d'une part l'ampleur des investissements nécessités par la mise en œuvre de cette méthode de sélection, d'autre part l'échéance lointaine à laquelle ce capital va fructifier. Des éléments économiques précis sur la rentabilité du testage devraient donc, pensons-nous, aider les collectivités d'éleveurs dans la réalisation de leurs programmes techniques.

La rentabilité du testage, considéré comme une opération économique, dépend en pratique de 2 variables :

- l'effectif des lots de descendants (n) qui fixe la précision du choix, mais aussi l'importance des frais de contrôle d'aptitude ;

- le taux de conservation des géniteurs mâles après testage (q) qui fixe l'intensité de sélection et détermine l'importance globale des frais.

Nous avons montré qu'il existait un couple de valeurs (N et Q), et un seul de ces variables, pour lesquelles la rentabilité du testage était maximum. Ces valeurs sont fonction :

- de l'hérabilité du caractère sur lequel porte la sélection :

- de 2 paramètres liés, en partie, à l'importance respective des frais de contrôle, et des frais liés aux taureaux :

Les variations de N et Q en fonction de ces paramètres ont été étudiées et discutées. En ce qui concerne Q (taux de conservation des mâles), les valeurs obtenues sont, dans l'ensemble, supérieures à celles établies par ROBERTSON (1957)

Cette première étude sera complétée à l'avenir, par une application pratique au cas du testage des taureaux sur la production laitière de leurs filles et sur la croissance pondérale de leurs veaux.

Cette recherche théorique et générale sera enfin précisée pour mieux tenir compte des conditions de réalisation du testage, et par une modification éventuelle de certaines hypothèses de départ :

- des limitations ou contraintes peuvent être introduites dans le schéma notamment en ce qui concerne :

- L'effectif d'animaux contrôlables (la faible extension du contrôle laitier constitue souvent un handicap à la réalisation du testage).

- Les investissements globaux à engager dans le testage. Si ce capital est limité, les variables n et q ne peuvent plus être considérées en effet comme indépendantes.

- En ce qui concerne la définition de la rentabilité, le taux d'intérêt maximum du capital est un critère intéressant, mais il n'est pas le seul. On peut, par exemple, considérer les limites de variations de n , et q pour que le taux d'intérêt soit supérieur à une limite choisie arbitrairement ou en fonction du taux d'intérêt maximum.

(¹) L'établissement des abaques de cette étude a été effectué à titre de démonstration sur calculateur analogique par la Société ANALAC.

TABLE DES SYMBOLES UTILISÉS

β	Taux d'intérêt normal du capital ;
b	Coefficient de corrélation entre la production des n 1 ^{ers} descendants d'un taureau et sa valeur génétique moyenne ;
B	Revenu net du capital engagé dans le testage ;
B'	Revenu brut de ce capital ($B' = B + 1$) ;
γ	$\gamma = \frac{1}{0,25 h^2} - 1$
c_j	Nombre de descendants entrant en production pour 100 inséminations par taureau de la catégorie j ;
e	Base des logarithmes népériens ;
E_j	Bénéfice par unité de production et par catégorie de taureau ;
E_s, E_T	Entrées d'argent des éleveurs, avec (T) ou sans (S) testage ;
F_j	Frais moyens engagés par mâle de la catégorie j ;
F'	Frais de testage liés aux mâles ;
F''	Frais de testage liés au contrôle des descendants ;
F	Frais totaux de testage ;
F_4	$F_4 = st_3 \left[\frac{F_3}{t_3} - \frac{F_2}{t_3} - \frac{F_0}{t_0} \right] ;$
g	Intervalle de génération ;
g_1	Supplément de valeur due à une production supérieure des produits de 1 ^{re} génération ;
g_i	Supplément de valeur d'inventaire des produits de 1 ^{re} génération due à une valeur supérieure de ceux de la $i^{\text{ème}}$ génération ;
G	Supplément de recettes dû au testage ;
h^2	Héritabilité ;
i	Numéro de génération ($1 =$ descendants de testage) ;
$\bar{i}$	Sélection différentielle ;
I	Nombre d'inséminations annuelles du centre ;
j	Catégorie de taureaux envisagée ;
k	Coefficient économique ;
l	Prix de revient du contrôle d'un descendant ;
L	$L = l - F_0 \frac{r}{t_0} ;$
μ_j	Production moyenne par performance des descendants des mâles de la catégorie j ;
m_j	Nombre moyen de performances des descendants de mâles de la catégorie j ;

- n Effectif des lots de testage ;
 n' Effectif optimum en fonction de q ;
 N_j Effectif total des descendants de mâles de la catégorie j ;
 N Effectif optimum ;
 P_i Nombre de descendants de la $i^{\text{ième}}$ génération par produit de la génération précédente ;
 q Pourcentage de taureaux conservés à la fin du testage ;
 q' Pourcentage optimum en fonction de n ;
 Q Pourcentage optimum de taureaux à conserver ;
 r Nombre d'inséminations de testage pour obtenir un descendant contrôlé ;
 R E m c k st₃h ;
 σ^2 Variance totale ;
 σ_g^2 Variance génotypique ;
 σ_e^2 Variance résiduelle ;
 σ_i^2 Variance entre descendance de taureaux ;
 s Pourcentage de mâles présents à la fin du testage, par rapport au nombre de mâles mis en testage ;
 S_s S_r Sorties d'argent des éleveurs avec (T), ou sans (S) testage ;
 t_j Nombre d'inséminations fournies par un mâle de la catégorie j ;
 T_j Effectif des mâles de la catégorie j ;
 x Abscisse de la loi normale correspondant à la valeur $(1 - q)$ de la fonction de répartition ;
 z Ordonnée de la loi normale au point d'abscisse x .

PRINCIPALES HYPOTHÈSES FORMULÉES DANS CETTE ÉTUDE

Hypothèse mathématique.

Modèle mathématique déterministe, comprenant des paramètres (constantes) et des variables algébriques indépendantes (effectif des lots, taux de conservation des taureaux ; taux d'intérêt du capital et revenu brut).

Hypothèses concernant la structure des populations.

Absence de sélection naturelle et artificielle sur les gamètes et les zygotes dans la descendance des mâles mis en testage.

Hypothèses concernant la variation du caractère considéré.

Variation suivant une loi normale ;

Additivité de l'action des gènes ;

Sélection tronquée des mâles suivant la valeur phénotypique moyenne de leurs descendants pour le caractère considéré.

Valeur génétique moyenne des mâles non testés, identique à celle des mâles mis en testage.

Hypothèses concernant la technique d'insémination.

Stabilité des conditions technologiques d'utilisation et de conservation du sperme.

Hypothèses économiques.

Stabilité des conditions économiques générales (coûts unitaires des productions) ;

Bénéfice par unité de production au-dessus de la moyenne constant pour toutes les catégories de mâles et quelle que soit la production ;

Actualisation financière à la génération 1 du supplément de production correspondant aux animaux de générations ultérieures.

Reçu pour publication en décembre 1962.

SUMMARY

THEORETICAL RESEARCH ON THE CONDITIONS OF MAXIMUM PROFITABILITY OF THE PROGENY-TEST OF A. I. BULLS

Progeny-test of A. I. bulls was considered as a financial operation in which the collectivity of breeders attached to the centre engaged.

The profitability of the operation was expressed analytically as a function of genetic and economic parameters and of variables which characterized the conditions of choice of the bull.

— the size of the progeny recorded per bull (n) ;

— the level of selection of bull (q).

The values of these variables — treated as independant algebraic variables — were calculated for the case of maximum profitability. They were functions :

— of the heritability of the character ;

— of 2 parameters which were related partly to the relative cost of recording of the character in the progeny, partly to the cost of feeding and management of the bulls themselves during the progeny-test ; their variation as a function of these parameters had been studied and discussed.

This theoretical research will soon be applied to the progeny-tests of bulls on the milk production of their heifers and on the growth rate of their veals.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- POLY J., VISSAC B., 1959. Interprétation des résultats de contrôle laitier en vue du testage des taureaux d'insémination. *Bull. tech. Ing. Serv. agric.*, **145**, 841-862.
- ROBERTSON A., 1957. Optimum group size in progeny testing and family selection. *Biom.*, **4**, 442-450.
- ROBERTSON A., 1962. Communication personnelle.